

**Epreuve de Probabilité et Statistiques**

Durée 3h, Documents non autorisés, calculatrice autorisée

*Il sera tenu compte de la clarté de la rédaction dans la notation finale. Lisez bien l'énoncé recto-verso avant de commencer*

**Penser à rendre vos graphiques dans la copie****Exercice n° 1**

Des carotages de glace en Antarctique ont permis de déterminer le nombre d'atomes de Plomb par mètre cubes de glace. Les résultats sur 100 carottes sont consignés dans le tableau ci-dessous :

<i>nb.Pb/m<sup>3</sup></i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
effectif $N_i$	1	11	24	28	14	9	7	4	0	1	1

1. Quel est le type de la variable?
2. Tracer le graphique de cette distribution observée en fréquence relative.
3. Tracer la fonction de répartition empirique.
4. Calculer la moyenne et la variance empirique de la distribution.
5. Tracer le boxplot de cette distribution. Que peut-on en déduire?

*Les moustaches du boxplot seront fixées à  $1.5 \times$  l'intervalle inter-quartiles.*

**Exercice n° 2**

Soit  $X$  une variable aléatoire telle que :

$$P_X(X = x) = \frac{\lambda^x \exp(-k)}{x!} \text{ pour } x = 0, 1, 2, \dots$$

où  $\lambda$  est un paramètre fixé positif et  $k$  un paramètre à déterminer.

6. Quel est le type de la variable?
7. Déterminer  $k$  pour que l'ensemble des  $P_X$  définisse une mesure de probabilités.
8. Calculer  $E(X)$ . On donne  $\text{var}(X) = \lambda$ .
9. Déterminer la fonction de répartition  $F_X$  de  $X$ . Que représente le graphique de la figure 1?

En fait, on cherche à savoir si la distribution empirique de l'exercice 1 peut être ajustée à l'aide de la densité ci-dessus.

10. Proposer une valeur estimée  $\hat{\lambda}$  de  $\lambda$  qui permet d'ajuster la distribution théorique aux données de l'exercice 1.

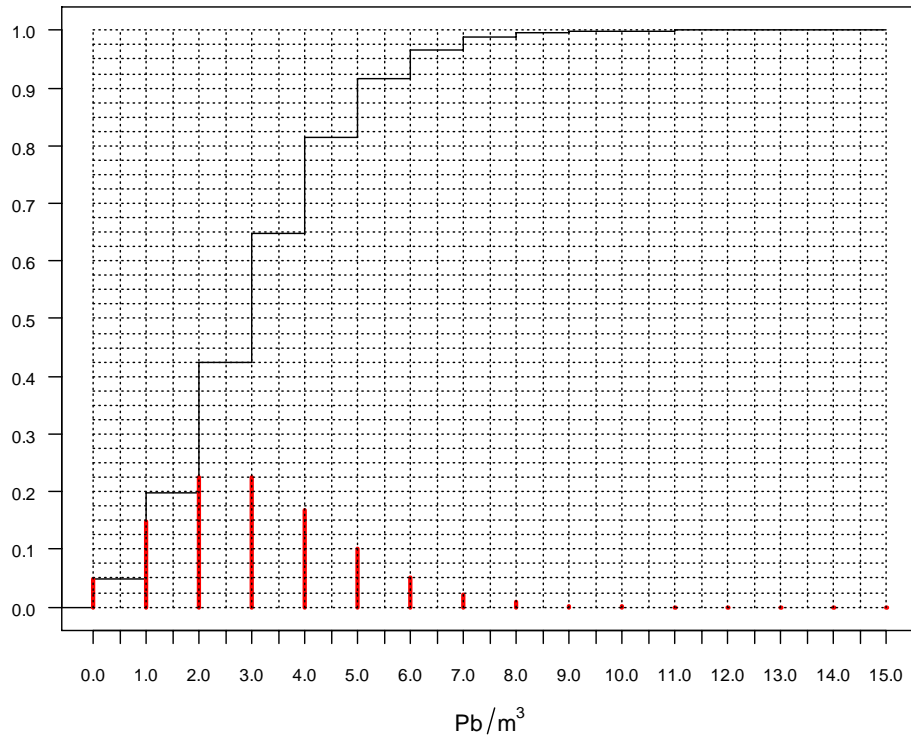


Figure 1:

11. Déterminer graphiquement les déciles  $d_i^*$  de la distribution empirique et les déciles  $d_i$  de la distribution théorique. Que représente  $d_5$ ?
12. Tracer les couples  $\{(d_i, d_i^*), i = 1, \dots, 9\}$  sur le graphique réservé à cet effet. Que représente ce graphique? Que peut-on en déduire?

On rappelle que  $\exp(y) = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{y^t}{t!}$  où  $t! = 1 \times 2 \times \dots \times t$  où  $t$  est un entier.