

TD 2 : Analyse de Fourier et applications

**Exercice 1 :** On considère la fonction périodique "triangle", de période  $T$  définie par:

$$f(x) = \frac{4A}{T}x - A \text{ si } x \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$$

$$f(x) = -\frac{4A}{T}x + 3A \text{ si } x \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$$

- 1) Tracer le graphe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-2T, 2T]$ .
- 2) Calculer les coefficients  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  pour  $n = 1, 2$  et  $3$ .
- 3) Interpréter la figure

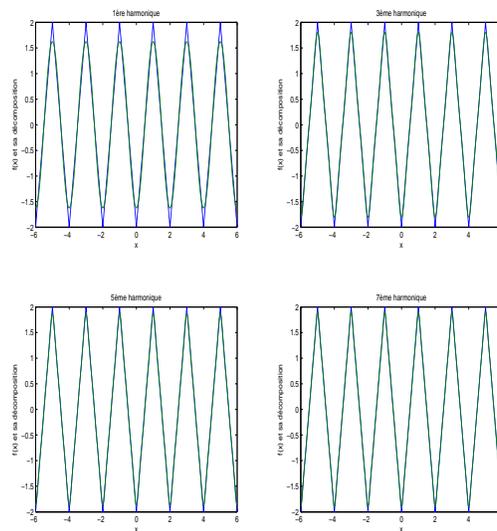


Figure 1: Analyse de Fourier de la fonction triangle

**Exercice 2 :** On considère la fonction périodique "carré", de période  $T$  définie par:

$$f(x) = A \text{ si } x \in \left[0; \frac{T}{2}\right]$$

$$f(x) = -A \text{ si } x \in \left[\frac{T}{2}; T\right]$$

- 1) Tracer le graphe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-2T, 2T]$ .
- 2) Calculer les coefficients  $a_0$ ,  $a_n$  et  $b_n$  pour  $n = 1, 2$  et  $3$ .

**Exercice 3 :** Sur la figure (2), le graphique de gauche montre un signal, celui du centre est un zoom sur une durée plus courte, celui de droite est le spectre de Fourier de ce signal. Interpréter la figure.

**Exercice 4 :** Comment peut-on comparer les séries chronologiques suivantes (figure 3)? Quelle information donne la comparaison des spectres?

**Exercice 5:** On mesure la température de l'eau de mer, la salinité et la fluorescence *in vivo* à une station en Manche. Une portion des séries temporelles est donnée sur la figure (4), sur les graphes de la colonne de gauche ((a) correspond à la température, (b) à la salinité et (c) à la fluorescence).

1) Donner une interprétation de ces graphes. Quelle relation existe-t'il entre les grandeurs physiques et biologiques?

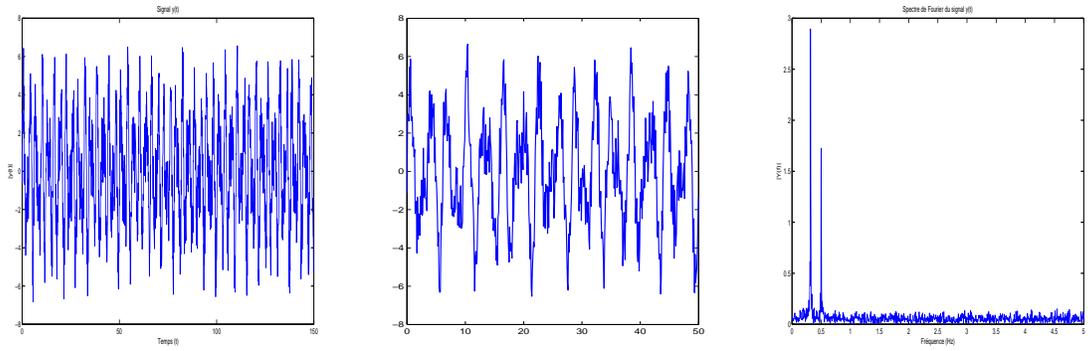


Figure 2: Analyse de Fourier d'un signal

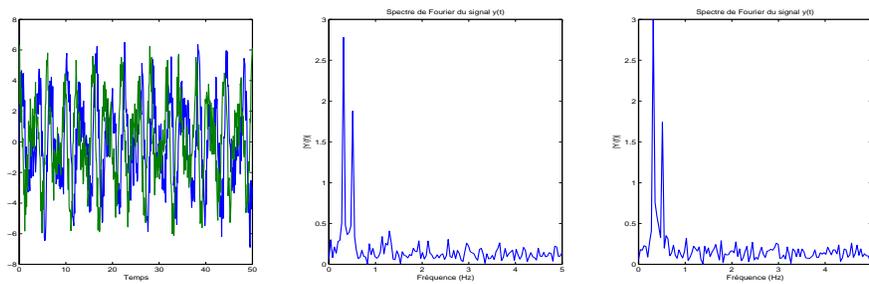


Figure 3: Comparaison de séries

On réalise alors une analyse spectrale sur ces séries temporelles. Le résultat est donné sur la figure (4), sur les graphes de la colonne de droite. Les nombres  $\beta$  indiqués sur la figure correspondent à la pente des spectres aux échelles correspondantes.

2) Interpréter les graphes de la colonne de droite. Que peut-on en conclure?

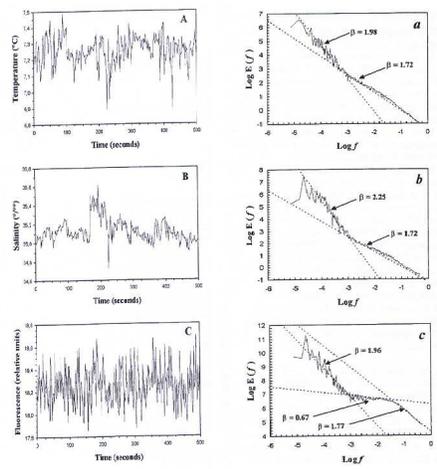


Figure 4: Mesures de température (a), salinité (b) et fluorescence (c) sur la colonne de gauche, analyse spectrale des séries correspondantes sur la colonne de droite.