

**UE COM 22**

Documents non autorisés ; Calculatrice autorisée

*Note* Résoudre les exercices en gardant les expressions littérales (bien indiquer le résultat final) et faire les applications numériques (AN) ensuite. Faites des figures claires (choix d'axes, origine, etc.). La clarté de la présentation sera prise en compte dans la notation.

**A) UE 22 –partie : Mécanique des Fluides** (3 exercices) en deux heures

**EXERCICE n° 1 – Cylindres en équilibre hydrostatique**

Deux cylindres pleins, de masse et de diamètre égaux, l'un en aluminium, l'autre en plomb, flottent verticalement dans du mercure. Lequel est le plus immergé ? Obtenir la relation entre les deux parties émergées; puis faire l'AN. Tout graphe explicatif sera bienvenu.

Densité aluminium =  $2,7 \text{ g/cm}^3$  ; Densité plomb =  $11,3 \text{ g/cm}^3$  ; Densité mercure =  $13,5 \text{ g/cm}^3$

(Note: théorie isostatique de la structure du globe terrestre)

**EXERCICE n° 2 – Hydrocinématique**

- Rappelez l'équation de conservation de la masse pour un écoulement sans source ni puits.
- On fait l'hypothèse que l'écoulement est permanent. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient cette équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ . Faites apparaître le terme de divergence du vecteur vitesse.
- On rajoute l'hypothèse que l'écoulement est incompressible. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient l'équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ .
- Soit l'écoulement permanent, plan (0xy) et incompressible dont les vitesses en tout point sont :  
$$u = 2Ax$$
$$v = -2Ay$$

Vérifiez que l'écoulement est conservatif.
- Quelles sont les conditions pour qu'il existe une fonction de courant ? Si les conditions sont vérifiées, calculez-la.
- Définissez le vecteur tourbillon d'un écoulement quelconque et développez ses composantes dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ .  
Le calculez dans le cas de l'écoulement de cet exercice. Qu'en déduisez-vous ?
- Calculez le potentiel des vitesses de l'écoulement.
- Enoncez les équations de Cauchy-Riemann en général. Montrez qu'elles sont vérifiées pour le présent écoulement.
- On remplace les lignes de courant ( $x=0$  et  $y>0$ ) et ( $y=0$  et  $x>0$ ) par une frontière fermée. L'écoulement a lieu dans le coin supérieur droit. Dans quelle direction va l'écoulement (cas A négatif).
- On remplace une autre ligne de courant par une deuxième frontière. Cette ligne passe par le point P ( $x_P, y_P$ ). Entre ces deux lignes, le débit par mètre de profondeur est q en  $\text{m}^3/\text{s}$ . Pour A négatif, trouver les composantes de la vitesse en P et calculer A (grandeur et unité).
- AN :  $q=20\text{m}^3/\text{s}$ ,  $x_P=2$ ,  $y_P=4$

### EXERCICE n° 3 – Jet d'eau incliné

La surface libre d'un très grand réservoir est soumise à une pression de 0,3 atm (1 atm =  $1,013 \cdot 10^5$  Pa). L'eau du réservoir est pompée afin d'alimenter un jet. Toutes les données sont indiquées sur la figure.

a) Quelle est la vitesse du jet à la sortie (section 4) ?

Aide : La composante horizontale de la vitesse à la sortie du jet est égale à la composante horizontale de la vitesse en haut du jet.

b) Quel est le débit à la sortie 4 ? Quelle est la vitesse dans le tuyau entre la pompe et la buse (ex. section 3) ?

La pompe (P, en Watt, N.m/s) fournit une puissance de 5910 W.

c) Ecrivez l'équation de Bernoulli entre le réservoir et la section 4, en ajoutant le terme associé à la pompe au bon endroit. Vérifiez les unités de votre équation.

d) Ecrivez cette même équation de Bernoulli façon « hydraulicienne », en termes de hauteurs.

e) Calculez les différents termes de façon à pouvoir dessiner la ligne de charge totale et la ligne piézométrique pour cette installation.

f) La ligne de charge totale est-elle constante ? Expliquez.

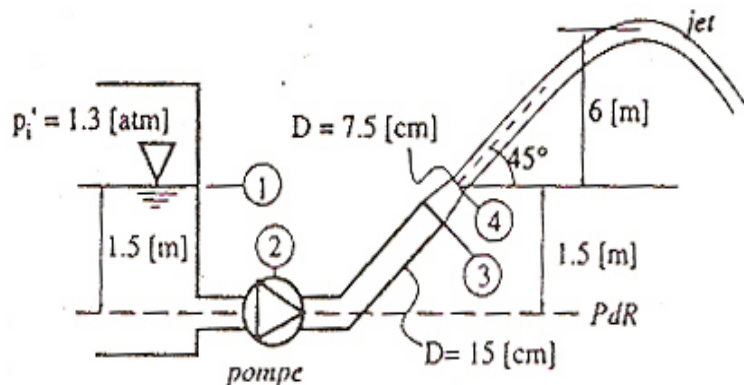
g) Si il y a perte par frottement dans le tuyau (de longueur 2,5m) entre la pompe et la sortie 4, écrivez l'équation de Bernoulli modifiée et calculez la vitesse de sortie du jet en 4.

Pour l'AN, le terme de perte de charge linéaire est égal à 5 cm par mètre.

h) Quelle est la hauteur du jet ?

#### Note

Si vous n'arrivez pas à faire la première question, continuez en utilisant V4 pour la vitesse de la section 4 dans vos formules. Idem, vous pouvez répondre aux questions g et h sans avoir fait e et f.



### B) Partie : Introduction à l'Océanographie (4 questions) en une heure

1) Les vents :

Décrire la circulation atmosphérique générale et indiquer à quoi elle est due.

2) Mesures océanographiques

- Vous voulez mesurer les variations temporelles du Courant Nord au large de Marseille ; quelles instrumentations/technologies utilisez-vous ?
- Vous voulez mesurer la circulation thermohaline, quelle technologie utilisez-vous ?

3) La marée

- Quelles sont les forces qui entrent en jeu dans le mécanisme de génération de la marée (considérer uniquement le système Terre-Lune, avec la lune dans le plan équatorial de la Terre) ? quel type de marée génère ce système Terre-Lune ?
- Si la lune n'est pas dans le plan équatorial, quel type de marée peut être obtenu ?
- Quelles sont les caractéristiques des marées dues à la prise en compte du Soleil, en plus de la Lune ?
- Décrivez la circulation due à la marée dans la Manche.

4) Equations de Navier-Stokes

- Ecrire les équations de Navier-Stokes et préciser le rôle de chacun des termes