

**DEUG 2<sup>ème</sup> année**  
**Option : Mécanique des Fluides + introduction Océanographie**

Documents non autorisés  
Calculatrice programmable autorisée

3 exercices indépendants + question cours

*Note* Résoudre les exercices en gardant les expressions littérales (bien indiquer le résultat final) et faire les applications numériques ensuite. Faites des figures claires (choix d'axes, origine, etc).

**Exercice 1 : Hydrostatique**

Soit un lac avec une barque flottant à sa surface:

Situation 1) Un gros caillou, de poids  $P_c$ , est posé au fond de la barque

Situation 2) Ce gros caillou est au fond de l'eau

a) Dans quelle situation le niveau de l'eau est le plus élevé ? A quoi est égale la différence de niveau d'eau entre les deux situations ?

Justifiez votre réponse avec une démonstration rigoureuse (axes, équations, noms des variables choisies, etc)

b) Pour une bassine carrée de côté  $L$  et de profondeur uniforme  $H_1$  (dans le cas de la situation 1), calculez la différence de niveau d'eau entre les deux situations  $H_1 - H_2$ .

AN  $L = 0.5$  m; masse du caillou: 2 kilos; masse volumique du caillou:  $2500 \text{ kg/m}^3$ .

**Exercice 2 : Hydrocinématique**

a) Rappelez l'équation de conservation de la masse pour un écoulement sans source ni puits.

b) On fait l'hypothèse que l'écoulement est permanent. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient cette équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u, v, w)$ . Faites apparaître le terme de divergence du vecteur vitesse.

c) On rajoute l'hypothèse que l'écoulement est incompressible. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient l'équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u, v, w)$ .

d) Soit l'écoulement permanent, plan (Oxy) et incompressible dont les vitesses en tout point sont :  
$$u = 2Ax$$
$$v = -2Ay$$

Vérifiez que l'écoulement est conservatif.

e) Quelles sont les conditions pour qu'il existe une fonction de courant ? Si les conditions sont vérifiées, calculez-la.

f) Définissez le vecteur tourbillon d'un écoulement quelconque et développez ses composantes dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u, v, w)$ .  
Le calculez dans le cas de l'écoulement de cet exercice. Qu'en déduisez-vous ?

g) Calculez le potentiel des vitesses de l'écoulement.

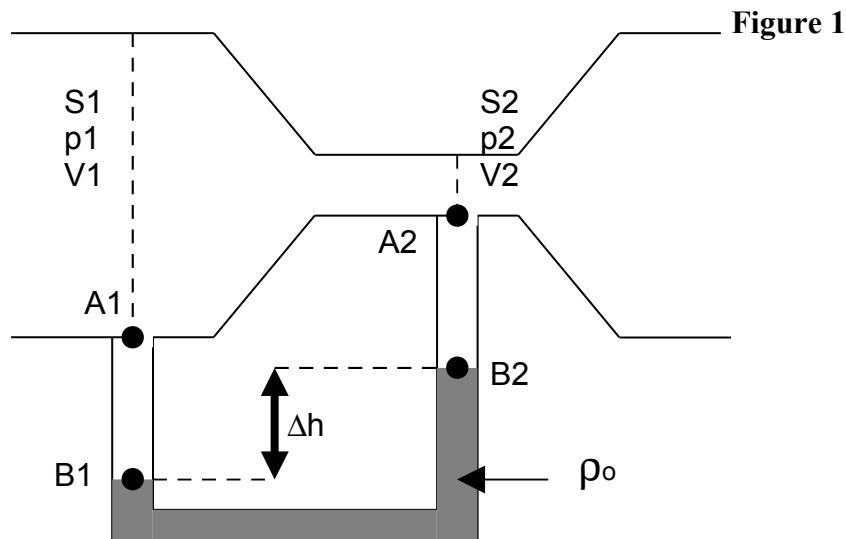
h) Énoncez les équations de Cauchy-Riemann en général. Montrez qu'elles sont vérifiées pour le présent écoulement.

### EXERCICE n° 3 – Tube de Venturi

Un tube de Venturi est un tube destiné à mesurer des débits ou des vitesses dans le cadre des hypothèses de Bernoulli. Il comporte un convergent conique de section  $S_1$  prolongé par un col cylindrique de section  $S_2$  et suivi d'un divergent conique (Figure 1). Deux tubes piézométriques sont placés l'un au niveau de la section  $S_1$  du convergent, l'autre au niveau de la section  $S_2$ . La différence de hauteur de fluide mesurée entre les deux tubes est notée  $\Delta h$ . Le rapport  $S_1/S_2$  est noté  $k$  (avec  $k > 1$ ).

Le fluide est supposé parfait de masse volumique  $\rho$ , irrotationnel, permanent, soumis aux seules forces de la pesanteur. La vitesse du fluide est uniforme sur une section donnée, elle est notée respectivement  $V_1$  dans la section  $S_1$  et  $V_2$  dans la section  $S_2$ .

- 1) Calculer la vitesse  $V_2$  en fonction de  $k$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $g$  et  $\Delta h$ .
- 2) En déduire le débit volumique en fonction de  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $g$  et  $\Delta h$ .
- 3) Faire les AN avec  $\Delta h = 3 \text{ cm}$ ,  $k = 5$ ,  $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho = 1,17 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  et  $S_2 = 15 \text{ cm}^2$



### Introduction à l'océanographie

- A) Décrivez le principe de génération de la marée, en détaillant le cas de la marée demi diurne, diurne et les causes d'éventuels changements de marnage (des graphes peuvent être utiles).
- B) Indiquez les caractéristiques de la force de Coriolis (origine, expression, effets).