

L2 ou L3
Cours SM22 : Mécanique des Fluides + Introduction à l'Océanographie

Documents non autorisés

3 exercices indépendants + 3 questions de cours

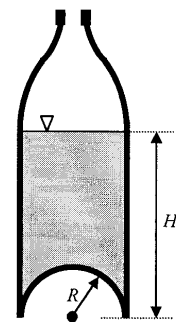
Calculatrice programmable autorisée

Note Résoudre les exercices en gardant les expressions littérales (bien indiquer le résultat final) et faire les applications numériques ensuite. Faites des figures claires (choix d'axes, origine, etc).

Exercice 1 : Pression sur les parois d'une bouteille

Une bouteille de rayon R contient une hauteur H de liquide. Le fond est une $\frac{1}{2}$ sphère.

- 1) Déterminer la direction et l'intensité de la résultante des forces de pression qu'exerce le fluide sur les parois de cette bouteille.
- 2) Comparer ce résultat avec celui qui aurait été obtenu avec une bouteille à fond plat. Conclure.
- 3) AN Bouteille remplie d'eau avec H = 18 cm, R = 4 cm



Exercice 2 : Ecoulement autour d'une sphère immobile

On considère l'écoulement d'un fluide parfait de masse volumique constante ρ autour d'une sphère immobile de rayon R et de centre O dans un repère cartésien (O, x, y, z). La vitesse à l'infini est de la forme $\vec{V} = V \vec{z}$. On désigne par r, θ et φ les coordonnées sphériques du point M et $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi$ la base orthonormée locale associée à ces coordonnées. En sphérique, les

différents opérateurs s'expriment :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{a} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (a_\varphi r \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (r a_\theta) \right] \vec{e}_r + \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial a_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (a_\varphi r \sin \theta) \right] \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r a_\theta) - \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right] \vec{e}_\varphi$$

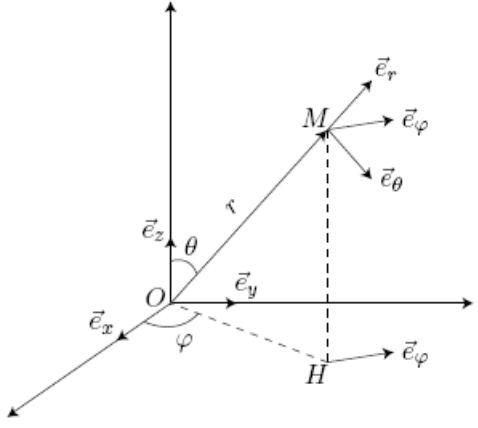
$$\text{div} \vec{a} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 a_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi}$$

On se propose de montrer que la fonction: $\phi = \left[1 + \frac{R^3}{2r^3} \right] \vec{V} \cdot \vec{OM}$

peut être considérée comme le potentiel des vitesses de l'écoulement.

- 1) Avec cette hypothèse, calculer les composantes de la vitesse en un point M en coordonnées sphériques.
- 2) Montrer qu'il y a conservation de la masse
- 3) Montrer que la vitesse est irrotationnelle
- 4) Vérifier que le champ des vitesses à l'infini est bien $\vec{V} = V \vec{z}$

5) Exprimer la vitesse du fluide au contact de la sphère
En quel(s) point(s) de la surface la vitesse du fluide est-elle maximale ? Commenter.

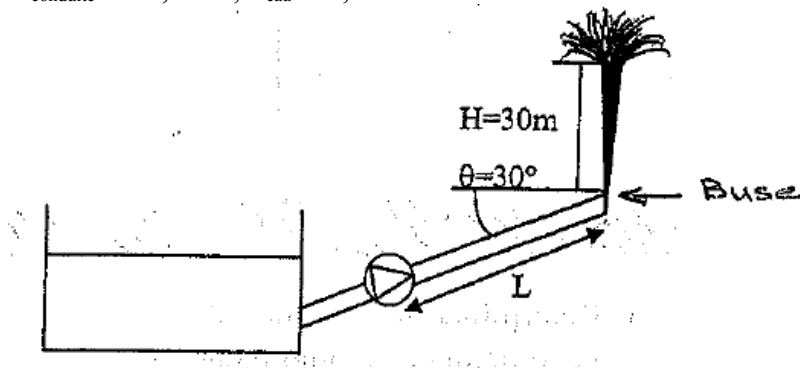
	<p>Faire attention à la définition des angles</p> $\vec{e}_r = \sin \theta (\cos \varphi \vec{x} + \sin \varphi \vec{y}) + \cos \theta \vec{z}$ $\vec{e}_\theta = \cos \theta (\cos \varphi \vec{x} + \sin \varphi \vec{y}) - \sin \theta \vec{z}$ $\vec{e}_\varphi = -\sin \varphi \vec{x} + \cos \varphi \vec{y}$
---	---

EXERCICE n° 3 – Fontaine

Le jet d'eau de l'installation ci-après a une hauteur H et un débit Q. La pompe permettant l'envoi du jet d'eau en fontaine a une puissance mécanique P. La perte de charge p_c dans la conduite est linéaire. La buse à l'extrémité de la conduite correspond à une perte de charge H_b . On néglige le frottement dans l'air.

- Déterminer la longueur L de la conduite après la pompe (voir figure); puis faire l'AN
- Déterminer la pression juste avant la buse; puis faire l'AN
- Dessiner la ligne de charge et la ligne piézométrique pour l'installation

AN H = 30 m; Q = 0,8 m³/s; P = 320 kW; $p_c = 5 \text{ cm/m}$; $H_b = 1\text{m}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
 $D_{\text{conduite}} = 18,3 \text{ cm}$; $\gamma_{\text{eau}} = 9,81 \text{ kN/m}^3$



Introduction à l'Océanographie

- Décrire la circulation thermohaline.
- Décrire le principe de génération de la marée, en listant les forces en présence et en détaillant les cas de la marée demi-diurne, diurne et les causes d'éventuels changements de marnage (des schémas peuvent être utiles). Puis décrivez la marée dans les océans.
- Le changement climatique peut avoir des conséquences sur la circulation océanique en Mer Méditerranée. Sans limitations budgétaires, vous créez un réseau de surveillance de cette circulation sur 10 ans. Décrire l'instrumentation que vous mettez en place ou celle existante que vous utilisez. N'hésitez pas à rentrer dans les détails: utilité des mesures, localisation, techniques etc....