

**SM22**

**Option : Mécanique des Fluides + introduction Océanographie**

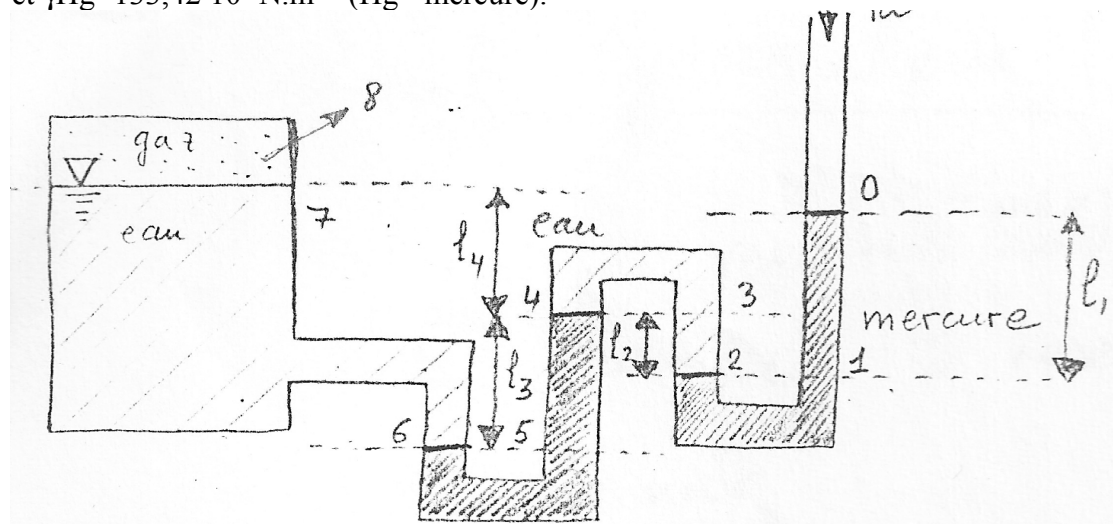
Documents non autorisés  
Calculatrice programmable autorisée

3 exercices indépendants + question cours

*Note* Résoudre les exercices en gardant les expressions littérales (bien indiquer le résultat final) et faire les applications numériques ensuite. Faites des figures claires (choix d'axes, origine, etc).

**Exercice 1 : Hydrostatique**

- Exprimez, en fonction des paramètres fournis, les pressions absolues et relatives à la surface de l'eau dans le réservoir (numéro 8), sachant que l'extrémité du tube (section 0) est soumise à la pression atmosphérique.
- Donnez la valeur de  $\gamma_{\text{eau}}$  en unités internationales
- Faites l'AN avec  $L_1 = 0,7\text{m}$ ;  $L_2 = 0,6\text{m}$ ;  $L_3 = 0,8\text{m}$ ;  $L_4 = 1\text{m}$ ;  $P_a = 9,6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  et  $\gamma_{\text{Hg}} = 133,42 \cdot 10^3 \text{ N.m}^{-3}$  (Hg= mercure).



**Exercice 2 : Hydrocinématique**

- Rappelez l'équation de conservation de la masse pour un écoulement sans source ni puits.
- On fait l'hypothèse que l'écoulement est permanent. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient cette équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ . Faites apparaître le terme de divergence du vecteur vitesse.
- On rajoute l'hypothèse que l'écoulement est incompressible. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient l'équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ .
- Soit l'écoulement permanent, plan (Oxy) et incompressible dont les vitesses en tout point sont :  
$$u = 2Ax$$
$$v = -2Ay$$
  
Vérifiez que l'écoulement est conservatif.

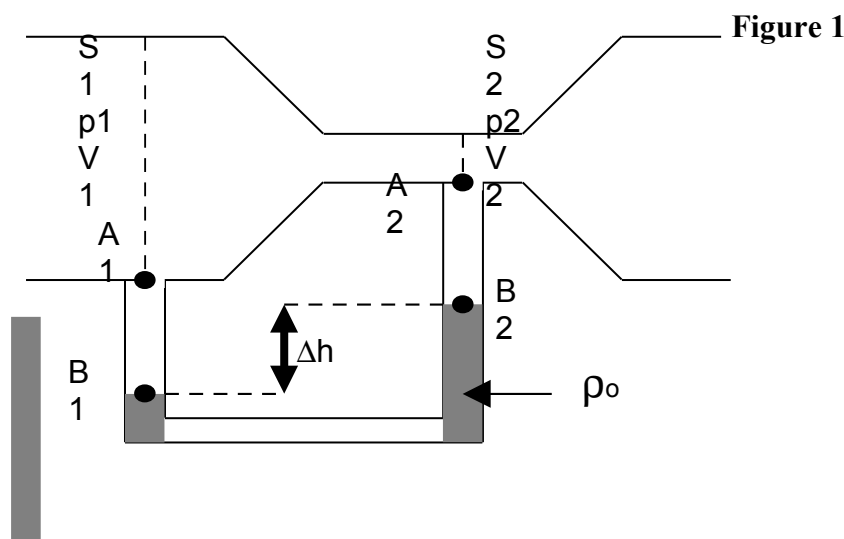
- e) Quelles sont les conditions pour qu'il existe une fonction de courant ? Si les conditions sont vérifiées, calculez-la.
- f) Définissez le vecteur tourbillon d'un écoulement quelconque et développez ses composantes dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u, v, w)$ .  
Le calculez dans le cas de l'écoulement de cet exercice. Qu'en déduisez-vous ?
- g) Calculez le potentiel des vitesses de l'écoulement.
- h) Énoncez les équations de Cauchy-Riemann en général. Montrez qu'elles sont vérifiées pour le présent écoulement.
- i) On remplace les lignes de courant ( $x=0$  et  $y>0$ ) et ( $y=0$  et  $x>0$ ) par une frontière fermée. L'écoulement a lieu dans le coin supérieur droit. Dans quelle direction va l'écoulement (cas A négatif).
- j) On remplace une autre ligne de courant par une deuxième frontière. Cette ligne passe par le point P ( $x_P, y_P$ ). Entre ces deux lignes, le débit par mètre de profondeur est  $q$  en  $\text{m}^3/\text{s}$ . Pour A négatif, trouver les composantes de la vitesse en P et calculer A (grandeur et unité).
- k) AN :  $q=20\text{m}^3/\text{s}$ ,  $x_P=2$ ,  $y_P=4$

### EXERCICE n° 3 – Tube de Venturi

Un tube de Venturi est un tube destiné à mesurer des débits ou des vitesses dans le cadre des hypothèses de Bernoulli. Il comporte un convergent conique de section  $S_1$  prolongé par un col cylindrique de section  $S_2$  et suivi d'un divergent conique (Figure 1). Un manomètre est placé entre la section  $S_1$  du convergent et la section  $S_2$ . La différence de hauteur de fluide mesurée entre les deux tubes est notée  $\Delta h$ . Le rapport  $S_1/S_2$  est noté  $k$  (avec  $k > 1$ ).

Le fluide est supposé parfait de masse volumique  $\rho$ , irrotationnel, permanent, soumis aux seules forces de la pesanteur. La pression et la vitesse du fluide sont uniformes sur une section donnée, elles sont notées respectivement  $p_1$  et  $V_1$  dans la section  $S_1$ , et  $p_2$  et  $V_2$  dans la section  $S_2$ . On se met dans un cas d'écoulement aérodynamique.

- 1) Calculer la vitesse  $V_2$  en fonction de  $k$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $g$  et  $\Delta h$ .
- 2) En déduire le débit volumique en fonction de  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ ,  $g$  et  $\Delta h$ .
- 3) Faire l'interprétation énergétique.
- 4) Faire les AN avec  $\Delta h = 3 \text{ cm}$ ,  $k = 5$ ,  $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho = 1,17 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  et  $S_2 = 15 \text{ cm}^2$



### **Introduction à l'océanographie**

- A) Expliquez la succession de processus aboutissant à la circulation générale de surface dans les océans (des figures peuvent être utiles).
- B) Expliquez la théorie d'Ekman et décrivez les processus physiques océaniques découlant de la théorie d'Ekman.
- C) Vous voulez suivre la circulation des eaux de surface (entre 0 et 100m) en Méditerranée orientale pendant 2 ans, quelles instrumentations/technologies utilisez-vous ?