

Site : Luminy St-Charles St-Jérôme Cht-Gombert Aix-Montperrin Aubagne-SATIS

Sujet session de : 1^{er} semestre - 2^{ème} semestre - Session 1 Durée de l'épreuve : 2 heures.....

Examen de : L1/ L2/ L3 - M1/ M2 - LP - DU Nom diplôme : ...*Licence SNTE*.....

Code Apogée du module : *SNT4U21* Libellé du module : ...***Mécanique des Fluides***.....

Document autorisé : OUI - NON

Calculatrices autorisées : OUI - NON

***** ***Les réponses doivent être les plus concises et précises possible.*** *****

Exercice n° 1 : Cylindres en équilibre hydrostatique

Deux cylindres pleins, de masse et de diamètre égaux, l'un en aluminium, l'autre en plomb, flottent verticalement dans du mercure. Lequel est le plus immergé ? Obtenir la relation entre les deux parties émergées; puis faire l'AN. Tout graphe explicatif sera bienvenu.

Densité aluminium = 2,7 g/cm³; Densité plomb = 11,3 g/cm³; Densité mercure = 13,5 g/cm³
(Note: cet exercice correspond à la théorie isostatique de la structure du globe terrestre)

Exercice n° 2 : Hydrocinématique

- Rappelez l'équation de conservation de la masse pour un écoulement sans source ni puits.
- On fait l'hypothèse que l'écoulement est permanent. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient cette équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse (u,v,w). Faites apparaître le terme de divergence du vecteur vitesse.
- On rajoute l'hypothèse que l'écoulement est incompressible. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient l'équation de conservation de la masse ? Développez cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse (u,v,w).
- Soit l'écoulement permanent, plan (0xy) et incompressible dont les vitesses en tout point sont :

$$u = 2Ax$$

$$v = -2Ay$$

Vérifiez que l'écoulement est conservatif.

- Quelles sont les conditions pour qu'il existe une fonction de courant ? Si les conditions sont vérifiées, calculez-la.

f) Définissez le vecteur tourbillon d'un écoulement quelconque et développez ses composantes dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse (u,v,w).

Le calculez dans le cas de l'écoulement de cet exercice. Qu'en déduisez-vous ?

- Calculez le potentiel des vitesses de l'écoulement.

h) Enoncez les équations de Cauchy-Riemann en général. Montrez qu'elles sont vérifiées pour le présent écoulement.

- On remplace les lignes de courant ($x=0$ et $y>0$) et ($y=0$ et $x>0$) par une frontière fermée. L'écoulement a lieu dans le coin supérieur droit. Dans quelle direction va l'écoulement (cas A négatif).
- On remplace une autre ligne de courant par une deuxième frontière. Cette ligne passe par le point P (x_P, y_P). Entre ces deux lignes de courant et sur une profondeur unitaire ($b=1m$), le débit Q est en m³/s. Pour A négatif, trouver les composantes de la vitesse en P et calculer A (grandeur et unité).

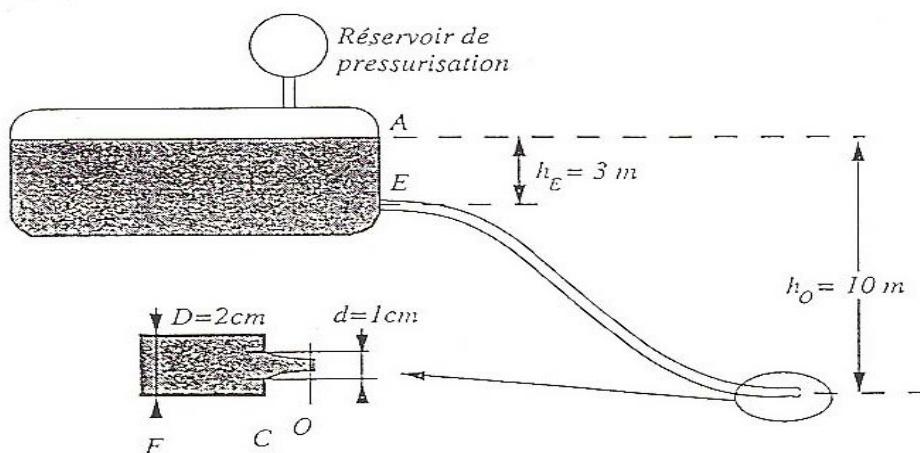
k) AN : $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$, $x_P = 2$, $y_P = 4$

Exercice n° 3 : Alimentation d'un tuyau débouchant à l'air libre

Une installation comporte un tuyau cylindrique de section constante alimenté par un réservoir d'eau de grandes dimensions, mis sous pression (voir Figure page suivante). Le tuyau, de diamètre constant 2 cm, est relié au réservoir trois mètres au-dessous de la surface libre du liquide (A). A la fin du tuyau, en C, la sortie a un diamètre de 1 cm. Puis, il y a encore un rétrécissement du tuyau et la section en O est 0.6 fois plus petite que la section en C. La distance entre les plans horizontaux passant par A et O est de 10 mètres. La pression au-dessus du liquide du réservoir est maintenue à 2 bars.

Note : L'eau est assimilée à un fluide non visqueux. La pression ambiante sera prise égale à 1 bar (1 bar = 10^5 Pa) et $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Enoncer le théorème de Bernoulli et dans quelles conditions on peut l'appliquer.
2. Calculer la vitesse de l'eau à la sortie de la buse en O.
3. Déterminer le débit d'eau en m^3/s ; l'exprimer aussi en débit de masse.
4. Calculer la pression en E à l'entrée du tuyau, ainsi que dans une section droite (par exemple F) située immédiatement en amont de la fin du tuyau.
5. Tracer la ligne de charge et la ligne piézométrique.
6. Comment serait modifié le diagramme si on prenait en compte la perte de charge répartie dans la canalisation ? Faites l'AN et dessinez des lignes de charge totale et piézométrique pour:
 - a) une perte de charge linéaire pour le tuyau entre E et C avec un coefficient de perte de charge de 20 cm par mètre de tuyau sachant que la distance entre E et C est de 20 m.
 - b) une perte de charge de 1 m dans le rétrécissement entre C et O
7. Donner l'interprétation énergétique du théorème de Bernoulli (classique et modifié), en relation avec les tracés de ligne piézométrique et de charge totale.



Question bonus (une au choix):

- donner la formule du nombre de Reynolds, ce qu'il représente et un exemple numérique avec les dimensions des différents paramètres impliqués dans la formule ;
- énoncer le théorème d'Euler des quantités de mouvement et expliquer brièvement à quoi il sert.