

Site : ☒ Luminy ☐ St-Charles ☐ St-Jérôme ☐ Cht-Gombert ☐ Aix-Montperrin ☐ Aubagne-SATIS

Sujet session de : ☐ 1<sup>er</sup> semestre - ☒ 2<sup>ème</sup> semestre - Session 1 ☒ Durée de l'épreuve : 2 heures.....

Examen de : ☐ L1/☒ L2/☐ L3 - ☐ M1/☐ M2 - ☐ LP - ☐ DU Nom diplôme : ...Licence SNTE.....

Code Apogée du module : SNT4U21 Libellé du module : ...**Mécanique des Fluides**.....

Document autorisé : ☐ OUI - ☒ NON Calculatrices autorisées : ☒ OUI - ☐ NON

\*\*\*\*\* **Les réponses doivent être les plus concises et précises possible.** \*\*\*\*\*

### **Hydrostatique n° 1**

1) Donner l'expression de la force de pression élémentaire s'exerçant au sein d'un fluide sur une petite surface  $\Delta S$  de normale orientée  $\vec{n}$ .

L'espace étant rapporté au repère orthonormé (Oxyz), on envisage un petit volume élémentaire parallélépipédique (petit cube) de côté  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ .

2) Donner la résultante des forces de pression suivant les axes x, y et z, s'exerçant sur le petit volume de fluide.

3) Lorsque  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , et  $\Delta z$  deviennent infiniment petits, démontrer que la résultante vectorielle tend vers  $-\vec{\nabla} p dv$ , ou  $dv$  désigne le volume de l'élément de fluide dans ces conditions.

4) En déduire l'expression locale de la force de pression par unité de volume, et l'équation traduisant l'équilibre du petit élément de volume de fluide (équation fondamentale de la statique des fluides).

### **Exercice n° 1 :**

a) En faisant des hypothèses simplificatrices, calculer votre force d'Archimède (si vous vous teniez debout dans cette pièce) de façon analytique.

b) Faites son AN avec des dimensions réalistes (masse volumique de l'air  $\rho_a \approx 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ ).

c) Quelle est sa contribution à votre « poids » ?

d) Qu'en serait-il sous l'eau ?

### **Exercice n° 2 : Hydrocinématique**

a) Rappeler l'équation de conservation de la masse pour un écoulement sans source ni puits.

b) On fait l'hypothèse que l'écoulement est permanent. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient cette équation de conservation de la masse ? Développer cette équation dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse (u,v,w).

c) On fait l'hypothèse que l'écoulement est incompressible. Quelles sont les conséquences de cette hypothèse ? Que devient l'équation de conservation de la masse ?

d) Soit l'écoulement permanent, plan (0xy) et incompressible dont les vitesses en tout point sont :

$$u = x^2 + y^2$$

$$v = -2xy$$

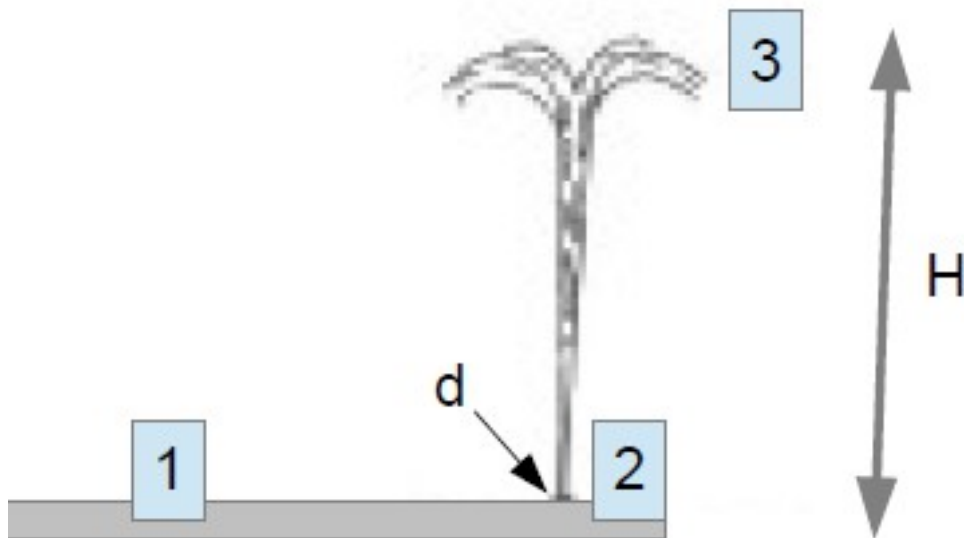
Vérifier que l'écoulement est conservatif.

- e) Quelles sont les conditions pour qu'il existe une fonction de courant ? Si les conditions sont vérifiées, calculer-la ; sinon indiquer ce qui se passe quand vous essayez de faire le calcul.
- f) Définir le vecteur tourbillon d'un écoulement quelconque et développer ses composantes dans le référentiel (Oxyz) pour un vecteur vitesse  $(u,v,w)$ . Le calculer dans le cas de l'écoulement de cet exercice. Qu'en déduisez-vous ?
- g) Quelles sont les conditions pour qu'il existe un potentiel des vitesses ? Si les conditions sont vérifiées, calculer-le ; sinon indiquer ce qui se passe quand vous essayez de faire le calcul.
- h) Enoncer les équations de Cauchy-Riemann en général.

### **Exercice n° 3 : Etude d'un jet d'eau**

Une installation comporte une conduite horizontale, avec une petite buse (orifice) de diamètre  $d$  produisant un jet d'eau s'élevant verticalement jusqu'à une hauteur  $H$  (voir figure).

- a) Indiquer quel théorème vous comptez utiliser et quelles hypothèses sont nécessaires à son usage.
- b) Si on néglige le frottement (dans l'air et la conduite) et l'énergie cinétique dans la conduite, calculer la pression dans la conduite, nécessaire pour que le jet aille jusqu'à la hauteur  $H$ .
- c) Calculer la vitesse à la sortie de la buse ; et déduisez-en le débit.
- d) Quelle est la puissance hydraulique nécessaire pour obtenir un tel jet ?
- e) Faites l'AN avec  $H = 156$  m et  $d = 107$  mm.
- f) Un tel jet d'eau correspond à celui du Lac Léman mais le frottement dans l'air fait que le jet d'eau ne monte qu'à environ 130 m ; quelle équation faut-il alors utiliser ? L'écrire pour ce cas.



### **Question bonus (une au choix):**

- décrire les différents types d'écoulement obtenus dans une conduite cylindrique ;
- énoncer les équations de l'hydrodynamique.