Partiel Final Mécanique des Fluides

L2 SVT Mer

Anne Petrenko
Mickaël Bosco

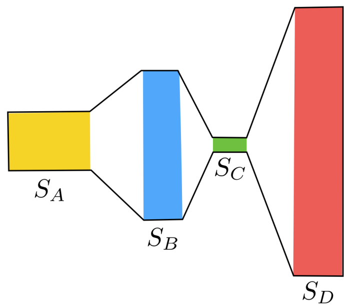
Année 2015/2016

Exercice 1: Questions de cours:

1) Rappeler l'équation de Navier-Stokes. Expliquer l'origine de chaque terme.
2) Rappeler l'équation de Bernoulli et expliciter les hypothèses nécessaires. Que se passe t'il si l'on considère des pertes de charge? Comment sera modifié l'équation précédente?
3) Rappeler l'expression de la circulation sur un contour fermé.
4) Rappeler les propriétés des lignes de champ et équipotentielles.
5) Démontrer la formule de Torricelli.

Exercice 2: Lien entre vitesse et surface:

Considérons dans ce problème une canalisation d'eau représentée ci-dessous où S_A, S_B, S_C et S_D représentent les sections dans les différentes parties A, B , C et D de la canalisation. On a: $S_B = 2\ S_A$, $S_C = 0.5\ S_A$ et $S_D = 3\ S_A$.



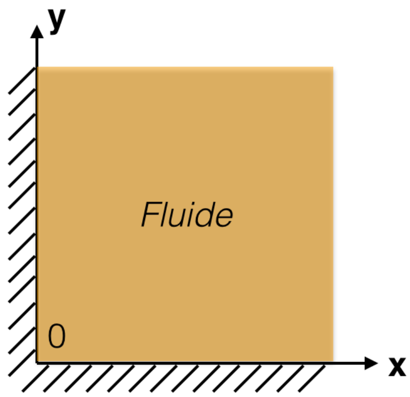
1) Rappeler l'équation de la conservation de la masse, en déduire quelle quantité est conservée dans ce cas? Rappeler l'expression intégrale puis en déduire son expression simplifiée.
2) Exprimer v_B, v_C et v_D seulement en fonction des paramètres de A.
3) Application numérique: Supposons que $v_A = 2\ m.s^{-1}$. Calculer les vitesses v_B, v_C et v_D.

Exercice 3: Savoir décrire un écoulement:

On s'intéresse à un écoulement bidimensionnel décrit dans la zone x > 0 et y > 0 par le champ de vitesse décrit ci-dessous, où k est une constante. Deux parois x = 0 et y = 0 limitent l'espace disponible pour le fluide et la vitesse est donnée par:

$$\vec{v} = k(x\vec{u_x} - y\vec{u_y})$$

1) Caractériser l'écoulement: est-il stationnaire? irrotationnel? laminaire ou turbulent? compressible ou incompressible?
2) Trouver la forme des lignes de courant.
3) Montrer que le champ des vitesses dérive d'un potentiel que l'on déterminera.
4) Tracer les lignes de courant et les lignes équipotentielles.



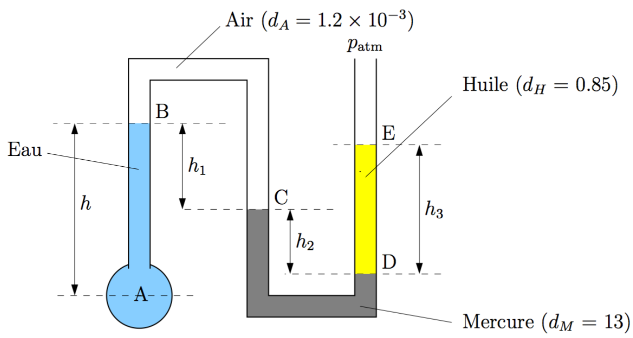
Exercice 4: Tube rempli de plusieurs fluides:

On considère le tube de la figure suivante. La pression au niveau du point E est la pression atmosphérique. Les densités des différents fluides sont indiquées sur la figure.

1) Donner l'équation générale de l'Hydrostatique et préciser le référentiel d'étude.

2) Exprimez la différence de pression $p_A - p_{atm}$ en fonction des masses volumiques des divers fluides, de la pesanteur, et des différentes hauteurs indiquées sur la figure.

3) Application numérique: h = 40 cm, h_1 = 28 cm, h_2 = 16 cm, h_3 = 40 cm.



Rappel:
$$d_i = \frac{\rho_i}{\rho_{eau}}$$

Exercice 5: Montée d'un ballon sonde:

1) Intégrer l'équation de l'hydrostatique sur une colonne d'air, considéré comme un gaz parfait isotherme à température T_0 = 300 K. On donne la masse molaire de l'air M_{air}= 30 g.mol^{-1}. On notera P(z = 0) = P_0.

2) Exprimer le résultat en fonction de la grandeur $z_0 = RT_0/M_{air}g$. A quoi est homogène cette grandeur ? Faire l'application numérique. On prendra R = 8.314 u.s.i.

3) Reprendre la première question si on se place cette fois dans le cadre d'un atmosphère où la température T dépend de z de la manière suivante:

$$T(z) = T_0 - aZ$$

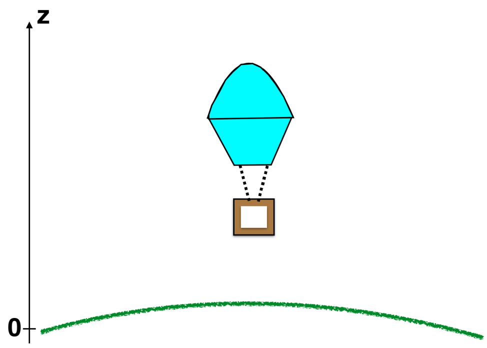
4) Cas d'un ballon sonde:

Un ballon-sonde, de masse m, sert à amener à haute altitude un appareillage en vue d'effectuer des mesures. L'enveloppe du ballon contient n_{H2} moles de gaz parfait (dihydrogène, de masse molaire M_{H2} = 2 g.mol^{-1}). L'atmosphère est assimilée à un gaz parfait, de masse molaire M_{air} = 30 g.mol^{-1}, en équilibre isotherme à la température T_0 = 300 K. La pression atmosphérique vaut 1 bar. Pour la poussée d'Archimède, on pourra négliger le volume de la sonde par rapport au volume du ballon. On supposera également que le ballon déplace n_{air} = 8.33 x 10^3 mol.

a) Quelle est la force ascensionnelle (somme de toutes les forces appliquées) F_z ressentie par le ballon? On pourra l'exprimer en fonction de n_{air} , M_{air}, M_{H2}, m et g.

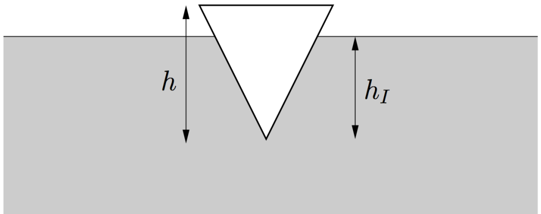
b) Evaluer la quantité de matière minimale n_0 assurant le décollage de celui-ci pour m = 50 kg, puis le volume V_0 correspondant à l'altitude nulle de départ.

c) Le volume du ballon, initialement flasque, ne peut dépasser une valeur V_1 sans que celui-ci n'éclate. Montrer que cela implique l'existence d'une altitude



maximale atteinte par le ballon, z_1, que l'on exprimera en fonction de n_{H2}, n_0, V_0, V_1, et z_0.

Exercice 6: Une bouée conique…



Une bouée conique de densité d < 1 et de hauteur h flotte à la surface de l'eau.

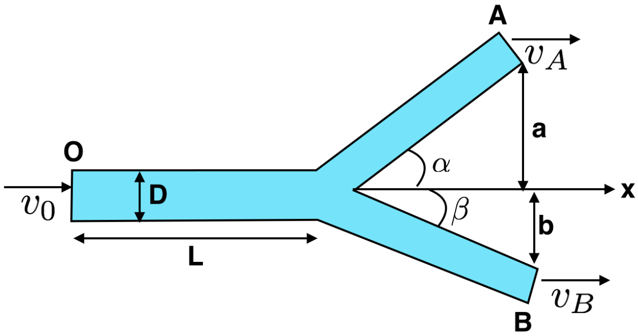
Calculer la hauteur immergée h_I en fonction de h et d.

Rappel:

$$V_{cone} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$$

Exercice 7: Séparation d'un fluide dans une tuyauterie

On considère le système de tuyauterie OAB ci-dessous. Tous les tubes ont la même section. Le fluide entre en O avec une vitesse v_0 à la pression P_0, et débouche en A et B à la pression atmosphérique P_a.



1) En utilisant la conservation du débit, exprimer une relation entre les vitesses de sortie v_A et v_B, et la vitesse d'entrée v_0.

2) En utilisant la relation de Bernoulli deux fois, relier les conditions entre O et A, et O et B. **Attention:** a et b sont suffisamment grands pour que la pesanteur ne puisse pas être négligée.

3) En utilisant les trois relations précédentes, montrer que vA est solution d 'une équation du second ordre que vous déterminerez.

4) Dans la suite du problème, on prendra α = β. Vérifier que cette condition conduit à:

$$V_A = V_B = \frac{V_0 cos(\alpha)}{2}$$

5) En déduire la pression d'entrée P_0. On ne développera pas les expressions de v_A et v_B obtenues à la question précédente. Faire l'application numérique.

6) Application numérique: Calculer v_A, v_B et P_0 pour les valeurs suivantes: ρ =1000 kg/m^3, v_O = 10 m/s, a = 2 m, b = 2 m, D = 4 cm, L = 1 m, α = π/4, β = π/4.

7) Donner une interprétation énergétique de cette étude.