

I Introduction Qu'est-ce qu'un fluide ?

II Hydrostatique

Pression ; Forces sur des parois ; Force Archimède...

III Hydrocinématique

Mouvement d'un fluide ; Méthode de Lagrange; Méthode d'Euler

Equation de continuité ; Fonction de courant ; Mvt rotationnel;
mouvement irrotationnel...

IV Dynamique des fluides parfaits incompressibles

Equations d'Euler ; Equation de Bernoulli ; Interprétation énergétique .

I Introduction

- I 1 Généralités
 - I 1.1 définition fluide
 - I 1.2 mécanique des fluides
 - I 1.3 écoulement
 - I.1.4 rappel dimension et unités
- I 2 Lois de conservation
- I 3 Propriétés des fluides
densité, viscosité...

II Hydrostatique

- II 1 Pression
- II 2 Equations
- II 3 Variation verticale pression
 - II 3.1 fluide incompressible
 - II 3.2 pression absolue
 - II 3.3 fluide compressible
- II 4 Mesure de pression
- II 5 Forces hydrostatiques parois
 - II 5.1 Paroi plane inclinée
 - II 5.2 Paroi plane verticale
 - II 5.3 Paroi plane horizontale
 - II 5.4 Paroi surface gauche
- II 6 Forces hydrostatiques corps immerges
 - II 6.1 Force Archimède
 - II 6.2 Equilibre corps immerges
- II 7 Hydrostatique dans d'autres champs de force
 - II 7.1 Champ de pesanteur en accélération constante
 - II 7.2 Champ de pesanteur en rotation uniforme

III Hydrocinématique

- III 1 Mouvement d'un fluide
 - III 1.1 Méthode de Lagrange
 - III 1.2 Méthode d'Euler
 - III 1.3 Accélération
 - III 1.4 Lignes de courant
- III 2 Equation de continuité
 - III 2.1 Equation
 - III 2.2 Cas particuliers
- III 3 Fonction de courant
 - III 4.2 Irrotationnel
- III 4 Ecoulement irrotationnel
- III 5 Potentiel des vitesses
- III 6 Ecoulement potentiels plans
 - III 6.1 Réseau lignes et Cauchy-Riemann
 - III 6.2 Exemples d'écoulements
 - 1 Ecoulement rectiligne uniforme
 - 2 Ecoulement radial
 - 3 Ecoulement autour d'un point d'arrêt
 - 4 Ecoulement entre 2 parois formant un angle
 - III 6.3 Ecoulements superposes

IV Dynamique des fluides parfaits incompressibles

- IV 1 Equations
 - Equations d'Euler
- IV 2 Rappels
- IV 3 Caractéristiques mvt fluide incompressible
- IV 4 Equations intrinsèques
- IV 5 Equation de Bernoulli
 - Formule de Torricelli
- IV 5.2 Interprétation énergétique
- IV 5.3 Ecoulement non permanent
- IV 5.4 Ecoulement fluide non visqueux compressible en mouvement irrotationnel et permanent
- IV 5.6 Fluides réels masse volumique constante en écoulement permanent
- IV 6 Equation de l'énergie
 - IV 6.1 Equations
- IV 7 Equations de la quantité de mouvement

REFERENCES

- Hydrostatique.cours et applications de Patrick Bénéteau, Francis Esnault
247 pages (5 mai 1998) Ellipses-Marketing (Sciences Industriel.) ;
ISBN: 2729847766
- Hydrodynamique physique de Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, Luc Petit
506 pages (1994) ; EDP Sciences (Savoirs Actuels) ; ISBN: 2868833640
nelle édition (1 décembre 2000)
- Cours de Mécanique des fluides. de S. Cande!
440 pages ; Dunod
- Mécanique des fluides. de Gérard Guiffant, Jacques Dufaux
125 pages . Diderot Multimedia (pavages) ; ISBN: 2843520347
- Mécanique des fluides incompressibles de J. S Darrozes, Claude François
444 pages (1994) ; Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées; ISBN: 2722508729
- Hydrodynamique, volume 14 : Une introduction. de Walter H. Graf, M. S. Altinakar
481 pages (18 avril 1995) ; Presses Polytechniques et universitaires romandes (Traité de génie civil) ;
ISBN: 2880742927
- Problèmes résolus de Mécanique des fluides. Sous la direction de S. Cande! (1995)
Dunod ; ISBN: 2100011367
- Hydrodynamique physique. Problèmes résolus avec rappels de cours de Marc Fermigier, Pierre-Gilles de Gennes
206 pages (14 mai 1999) ; Dunod (Sciences sup. Physique) ; ISBN: 2100039385

Remerciements : je remercie en tout premier lieu Prof. I. Dekeyser qui a été à l'origine de ce cours, dont le plan et de nombreuses illustrations proviennent du livre dont nous attendons une réédition : Hydrodynamique, de W. H. Graf et M.S. Altinikar Presses polytechniques et universitaires romandes.

Ce polycopié a aussi bénéficié d'illustrations très pédagogiques de mon collègue F. Auclair, Univ de Toulouse.

Je remercie aussi les étudiants pour leurs commentaires, questions, corrections et suggestions.

I. INTRODUCTION

I 1 Généralités

I 1.1 définition fluide

I 1.2 mécanique des fluides

I 1.3 rappel dimension et unités

I.1.4 écoulement

I 2 Lois de conservation

I 3 Propriétés des fluides

Viscosité

1.1 GENERALITES

1.1.1 Définition d'un fluide

La matière existe sous deux formes: fluide et solide.

Un *fluide* est un corps physique sans rigidité dont une de principales propriétés est de subir de grandes *déformations* non élastiques sous l'action de forces extérieures faibles. Cette propriété, que l'on appelle fluidité, est due à une grande mobilité de particules fluides.

Les forces extérieures provoquent l'écoulement du fluide dans le sens d'action des forces.

Les fluides sont considérés comme des *milieux déformables et continus* dont n'importe quel volume infiniment petit possède les mêmes propriétés qu'un volume aux dimensions finies.

Un fluide est modélisé comme un milieu continu ou continuum; la structure moléculaire des particules fluides n'est pas modélisée en tant que telle.

Parmi les fluides, on distingue les liquides et les gaz. Un *liquide*, par exemple l'eau, est un fluide pratiquement incompressible, tandis qu'un gaz, par exemple l'air, est un fluide compressible. Suivant les deux modèles de fluide, on distingue en général deux branches de la mécanique des fluides, notamment la dynamique des liquides “*hydrodynamique*” et la dynamique des gaz ou “*aérodynamique*”.

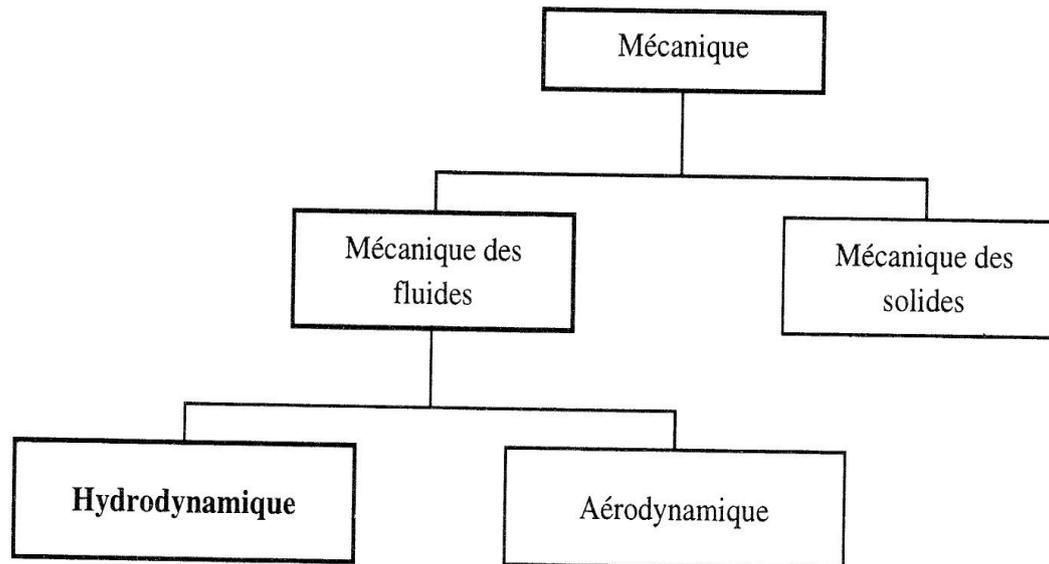
Un liquide prend la forme du récipient qui le contient et produit une *surface libre* quand il est en contact avec l'atmosphère. Cette surface libre est un plan horizontal si le liquide ne subit que le champ de la pesanteur et si l'on néglige la courbure de la terre.

1.1.2 Définition de l'hydrodynamique

L'hydrodynamique, qui est une branche de la mécanique de fluides, a pour objet l'étude des lois du mouvement des liquides, donc des fluides pratiquement incompressibles, et de leur interaction avec des corps solides.

La ***mécanique des fluides***, qui fait partie de la ***mécanique*** des milieux continus, concerne la description de l'écoulement d'un fluide et des effets mécaniques, thermiques et autres.

La mécanique des fluides et la ***mécanique des solides*** font partie de la mécanique des milieux continus. Une différence importante entre elles réside dans leurs propriétés. Du fait de leur mobilité, les fluides ne peuvent pas, contrairement aux solides, conserver la forme de leur volume.



1.1.3 Type d'écoulement

L'écoulement d'un fluide est le mouvement du fluide comme continuum.

Un fluide s'écoule, tandis qu'un solide se déplace en bloc.

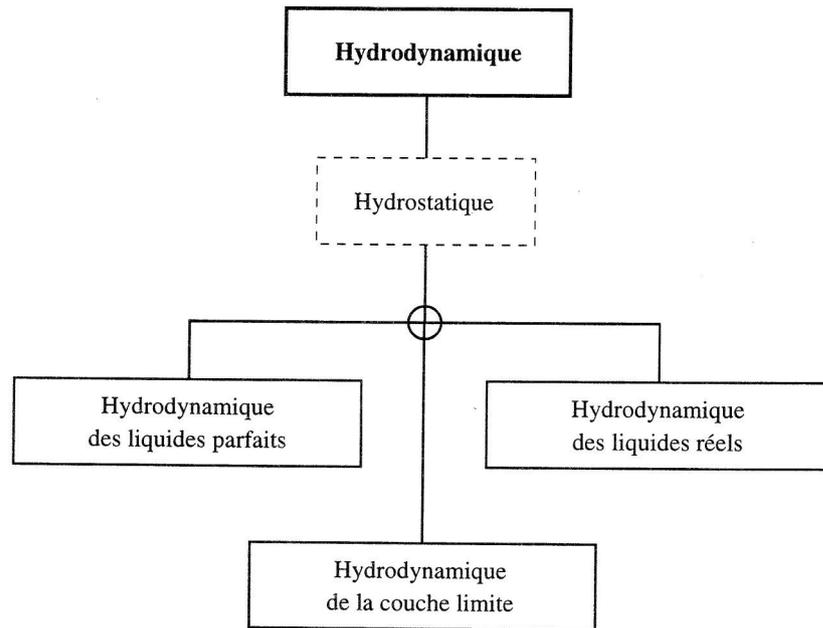
L'écoulement d'un fluide est caractérisé par un *champ de vitesse*, par la *pression* et par certaines propriétés (voir chapitre IA) de ce fluide telles que la *masse volumique* et la *viscosité*; cette dernière est d'une importance particulière dans l'étude des écoulements.

La viscosité est une mesure de la résistance d'un fluide à l'écoulement; elle est due au frottement entre les particules fluides en mouvement.

Un fluide dont la viscosité n'est pas prise en compte lors de l'étude de l'écoulement est dit *non visqueux* ou *parfait* et le mouvement n'est accompagné d'aucune force de frottement;

par contre, un fluide dont la viscosité est prise en compte est dit *visqueux* ou *réel*.

La viscosité provoque une dissipation d'énergie cinétique qui est transformée en chaleur.



Un cas particulier de l'hydrodynamique est *l'hydrostatique*, qui est :
l'étude des liquides au repos.

hydrodynamique de la couche limite, lorsque l'écoulement peut être divisé en deux régions :

- i)*** une zone de faible épaisseur, dite ***couche limite***, qui se situe près d'une surface solide où l'influence de la viscosité est importante et
- ii)*** une zone au dessus de la couche limite, dite ***fluide libre***, où l'influence de la viscosité est négligeable

- * L'écoulement d'un fluide réel est dit *laminaire* s'il se déplace en formant des lames ou *couches* entre lesquelles il n'y a pas de mélange.
- * L'écoulement désordonné d'un fluide réel est dit *turbulent* s'il se déplace en formant des *tourbillons* de tailles différentes accompagnés d'un mélange ou brassage intensif des particules fluides.
- * Un écoulement est dit *stationnaire ou permanent* si la vitesse ne dépend pas du temps, mais elle peut varier d'un point à l'autre dans l'espace. En un point fixe, il n'y a pas de changement de vitesse dans le temps.

Un écoulement turbulent, lui-même non permanent, peut être permanent en moyenne.

- * Un écoulement est dit *uniforme ou homogène* si la vitesse ne dépend pas de la position dans l'espace. Par conséquent, dans un écoulement uniforme, les vecteurs vitesse sont parallèles en tout point.

Voir définition Dérivée particulière ou lagrangienne de la vitesse(x,y,z,t) (chapitre hydrocinématique):

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{grad}) \vec{V}$$

accélération locale
est nulle pour un écoulement
stationnaire ou permanent

accélération advective
est nulle pour un écoulement
uniforme ou homogène

L'écoulement le plus général dépend des trois variables spatiales, x , y , z ; on l'appelle alors écoulement *tridimensionnel*.

Il existe des cas particuliers où les variables sont ramenées à deux; on l'appelle alors l'écoulement *bidimensionnel ou plan*.

Si toutes les quantités d'écoulement dépendent d'une seule variable, l'écoulement est dit *unidimensionnel*.

1.1.4 Dimensions et unités

Toutes les grandeurs physiques sont exprimées par des dimensions et ces dimensions sont quantifiées par des unités. On utilise actuellement le Système International (SI).

Les unités de base utilisées couramment sont

pour la longueur (l, L)	L en mètre [m]
pour le temps (t)	T en seconde [s]
pour la masse (m)	M en kilogramme [kg]
pour la température (T) :	en Kelvin [K]

Grandeur	Symbole	Dimension	Unite SI
Vitesse	V	L T-1	m.s-1
Accélération	a	L T-2	m.s-2
Force	F	M L T-2	N = kg m.s-2
Masse volumique	ρ (rho)	M L-3	kg m-3
Poids volumique	γ (gamma)		
Pression	p		
Energie, travail	E		
Puissance	P		
Quantité de mouvement	mV		
Viscosité dynamique	μ (mu)		
Viscosité cinématique	ν (nu)		

Grandeur	Symbole	Dimension	Unite SI
Vitesse	V	L T ⁻¹	m.s ⁻¹
Accélération	a	L T ⁻²	m.s ⁻²
Force	F	M L T ⁻²	N = kg m.s ⁻²
Masse volumique	ρ (rho)	M L ⁻³	kg m ⁻³
Poids volumique	γ (gamma)	M L ⁻² T ⁻²	kg m ⁻² .s ⁻²
Pression	p	M L ⁻¹ T ⁻²	Pa = N.m ⁻²
Energie, travail	E	M L ² T ⁻²	J = N.m
Puissance	P	M L ² T ⁻³	W = N.m.s ⁻¹
Quantité de mouvement	mV	M L T ⁻¹	N.s
Viscosité dynamique	μ (mu)	M L ⁻¹ T ⁻¹	kg m ⁻¹ .s ⁻¹
Viscosité cinématique	ν (nu)	L ² T ⁻¹	m ² .s ⁻¹

1.2 LOIS DE CONSERVATION

Les forces, qui agissent sur le continuum fluide situé à l'intérieur d'un volume quelconque et limité par une surface fermée, sont de deux types:

a) **les forces de volume** : en hydrodynamique, ce sont les forces de pesanteur et les forces d'inertie (accélération) :

b) **les forces de surface** : en hydrodynamique des liquides parfaits, ce sont les forces dues à la pression (tensions normales), auxquelles s'ajoutent en hydrodynamique des liquides réels les forces dues au frottement (tensions tangentielles).

Pour établir les *équations du mouvement* d'un fluide, il faut déterminer la relation entre les différentes forces agissant sur un volume quelconque du fluide.

En appliquant les principes généraux de la mécanique et de la thermodynamique à un volume de fluide, on obtient les 3 lois suivantes de conservation pour décrire les mouvements d'un fluide :

a) conservation de la masse (principe de continuité),

b) conservation de la quantité de mouvement (principe fondamental de la dynamique),

c) conservation de l'énergie (premier principe de la thermodynamique) .

1.3 PROPRIETES DES LIQUIDES

Tous les fluides possèdent des caractéristiques permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné. On essaie d'exprimer ces caractéristiques, qu'on appelle propriétés du fluide, au moyen d'un nombre limité d'unités de base.

- Masse volumique ρ appelée “density” en anglais

où dm est la masse totale de toutes les molécules d'une particule fluide de volume dV . C'est une mesure de la concentration de la matière, exprimée comme une masse, dm , par volume unitaire dV . Les unités dans le système SI sont : $[\text{kg.m}^{-3}]$

- Poids volumique $\gamma = \rho \cdot g$

correspond à la force de gravité agissant sur la masse par unité de volume.
Les unités dans le système SI sont ?

Cherchez et donnez moi la réponse

1.3 PROPRIETES DES LIQUIDES

Tous les fluides possèdent des caractéristiques permettant de décrire leurs conditions physiques dans un état donné. On essaie d'exprimer ces caractéristiques, qu'on appelle propriétés du fluide, au moyen d'un nombre limité d'unités de base.

- Masse volumique ρ appelée “density” en anglais

où dm est la masse totale de toutes les molécules d'une particule fluide de volume dV . C'est une mesure de la concentration de la matière, exprimée comme une masse, dm , par volume unitaire dV . Les unités dans le système SI sont : $[\text{kg.m}^{-3}]$

- Poids volumique $\gamma = \rho \cdot g$

correspond à la force de gravité agissant sur la masse par unité de volume.

Son unité dans le système SI est : $[\rho] \cdot [g] = \text{ML}^{-3} \text{LT}^{-2} = \text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}$
 $= \text{MLT}^{-2} * \text{L}^{-3}$
 $= \text{force} * \text{L}^{-3} = \text{N.L}^{-3}$

- Volume massique ou volume spécifique

est l'inverse de la masse volumique.

Son unité dans le système SI est : $[\text{m}^3.\text{kg}^{-1}]$

- Densité

La *densité* d'un fluide est définie comme étant le rapport entre la masse volumique d'un fluide et la masse volumique de l'eau (air pour les gaz) dans des conditions standard ($P_a = 1 \text{ atm}$, $T = 3.98 \text{ °C}$ pour eau, $T = 0 \text{ °C}$ pour air).

Eau standard $\rho(T=3,98\text{°C}, p = 1 \text{ atm}) = 999,975 \text{ kg.m}^{-3}$

$$\text{Densité} = \rho / \rho_{st}$$

C'est un nombre sans dimension, appelé “relative density” en anglais.

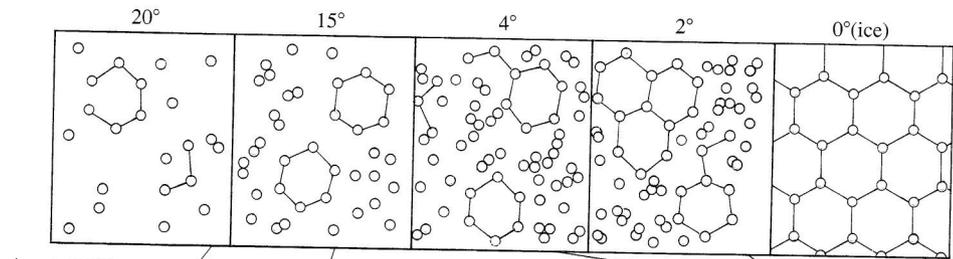
Pourquoi les conditions standard sont pour $T = 3.98 \text{ °C}$ et non pas pour $T = 0 \text{ °C}$?

- Densité

La *densité* d'un fluide est définie comme étant le rapport entre la masse volumique d'un fluide et la masse volumique de l'eau (air pour les gaz) dans des conditions standard (Pa = 1 atm, T = 3.98 °C pour eau, T=0°C pour air).

C'est un nombre sans dimension, appelé "relative density" en anglais.

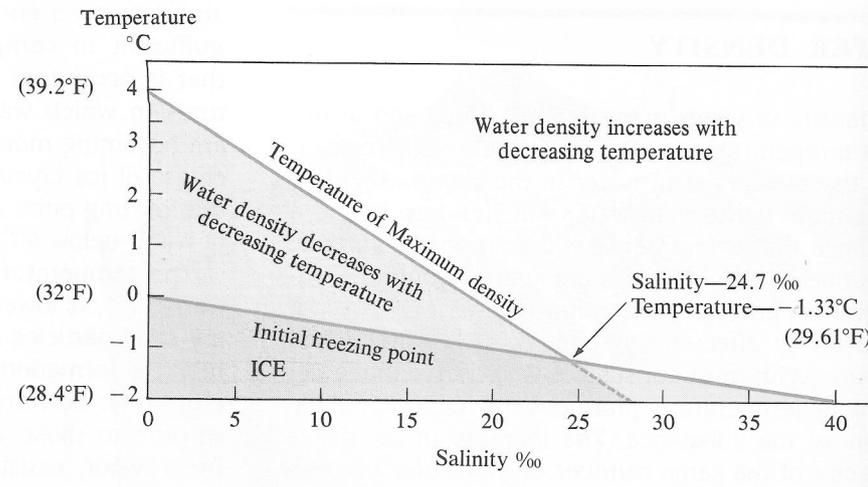
Pourquoi les conditions standard sont pour T= 3.98 °C et non pas pour T = 0°C ?



T ↓

20°	15°	4°	2°	0°
D=.9982	.9991	1.0000	.9999	.9170

Parce que c'est à cette température que l'eau douce est la plus dense



Différence entre glaciation d'un lac et de la mer

- Pour un liquide monoconstituant, $\rho(T,p)$ avec T température, p pression

Les fluides géophysiques sont généralement au moins binaires

Ex l'eau est un mélange d'eau douce et de sel $\rho(T,p,S)$ S salinité

- En océanographie, les masses volumiques sont (généralement)
plus grandes que 1000
avec au moins deux ou trois décimales importantes

donc il a été introduit le concept de **l'excès de masse volumique** : σ (ou sigma)

$$\sigma = \rho - 1000$$

Avec cette notation, au lieu d'utiliser la masse volumique avec un chiffre comme
 $\rho = 1025,748$

on utilise le terme plus « pratique » : $\sigma = 25,748$

- Pour un gaz monoconstituant parfait
 l'équation générale des gaz – ou loi des gaz parfaits – relie les quatre variables
 pression, volume, température absolue (en Kelvin $T = T_{\text{Kelvin}} = T^{\circ}\text{C} + 273,15$)
 et quantité (N nombre de moles) de gaz.

$$pV = NRT$$

où la constante R appelée « constante des gaz parfaits » vaut $8,3144621 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

L'air atmosphérique est un gaz binaire: air sec + vapeur d'eau

ou c est l'humidité.

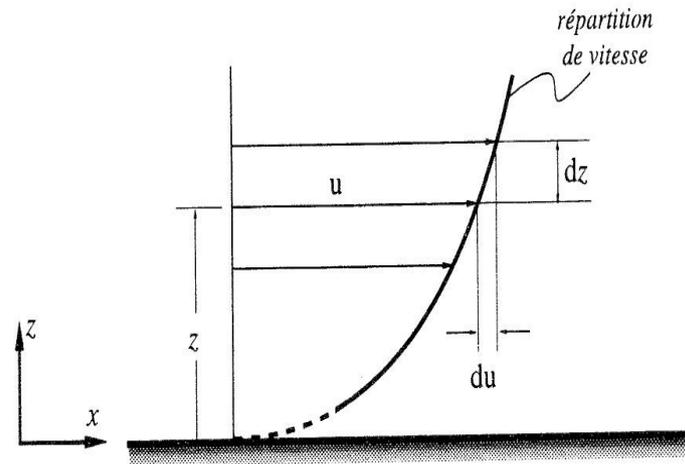
	Français	Anglais
ρ	masse volumique	density
d	densité	relative density
σ	excès de masse volumique	sigma

- VISCOSITE

La viscosité d'un fluide est la mesure de sa résistance à l'écoulement. La viscosité est une propriété qui permet de distinguer un fluide parfait (viscosité nulle) d'un fluide réel.

Dans un fluide newtonien, la force de frottement (force tangentielle) par unité de surface, appelée tension de frottement, est proportionnelle au gradient de vitesse de l'écoulement, du/dz .

Le coefficient de proportionnalité est la viscosité moléculaire dynamique:



Lorsque le fluide se déplace en couches parallèles -écoulement dit *laminaire* -le facteur de proportionnalité est le coefficient de viscosité moléculaire dynamique, μ et la loi de la viscosité de Newton, ou de Stokes, s'exprime ainsi:

$$\tau = \frac{dF}{dS} = \mu \frac{du}{dz} \quad \sigma \text{ tension de frottement}$$

La force de frottement ralentit les couches les plus rapides
 accélère les couches les plus lentes

Retrouver l'unité de μ

$$\mu = \frac{\frac{dF}{dS}}{\frac{du}{dz}} \quad [\mu] = \frac{\frac{ML}{T^2} \frac{1}{L^2}}{\frac{L}{T} \frac{1}{L}} = \frac{M}{T^2 L} = \frac{M}{LT}$$

Dans le système SI, la viscosité dynamique, μ , a pour unité: $[\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}]$

- Viscosité moléculaire cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ a pour unité: $[\text{m}^2.\text{s}^{-1}]$

- En général, liquides > gaz
alors que souvent ν liquides < ν gaz

- ν liquides ne dépend guère de la pression mais varie avec la température

- Les fluides qui obéissent à la loi de Newton sont des *fluides newtoniens*.
ex. eau et d'autres liquides (essence, air, glycérine etc...)

- Certains fluides, tels que les plastiques liquides ou les suspensions concentrées, ne se comportent pas selon la loi de Newton et sont donc non newtoniens.
L'étude des propriétés de ces fluides est appelée la rhéologie.

Exemple

$$\mu \text{ eau (T= 0°C)} = 1,79 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

$$\mu \text{ eau (T= 20°C)} = 10^{-3} \text{ Pa.s} = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\mu \text{ eau (T= 40°C)} = 0,653 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=20°C)} = 1,007 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=25°C)} = 0,884 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=50°C)} = 0,556 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

- En général, μ liquides $>$ μ gaz
alors que souvent ν liquides $<$ ν gaz

Exemple

$$\mu \text{ eau (T= 0°C)} = 1,79 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

$$\mu \text{ eau (T= 20°C)} = 10^{-3} \text{ Pa.s} = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\mu \text{ eau (T= 40°C)} = 0,653 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=20°C)} = 1,007 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=25°C)} = 0,884 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ eau (T=50°C)} = 0,556 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

$$\mu \text{ air (T=27°C)} = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\nu \text{ air (T=25°C)} = 15,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1} \quad (\text{attention souvent donné en unité de Stokes} = 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1})$$

On a bien $\mu \text{ eau} >> \mu \text{ air}$
et $\nu \text{ eau} < \nu \text{ air}$