$$C_{n-1}^{k} + C_{n-1}^{k-1} = \frac{(n-1)!}{k!(n-1-k)!} + \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}$$

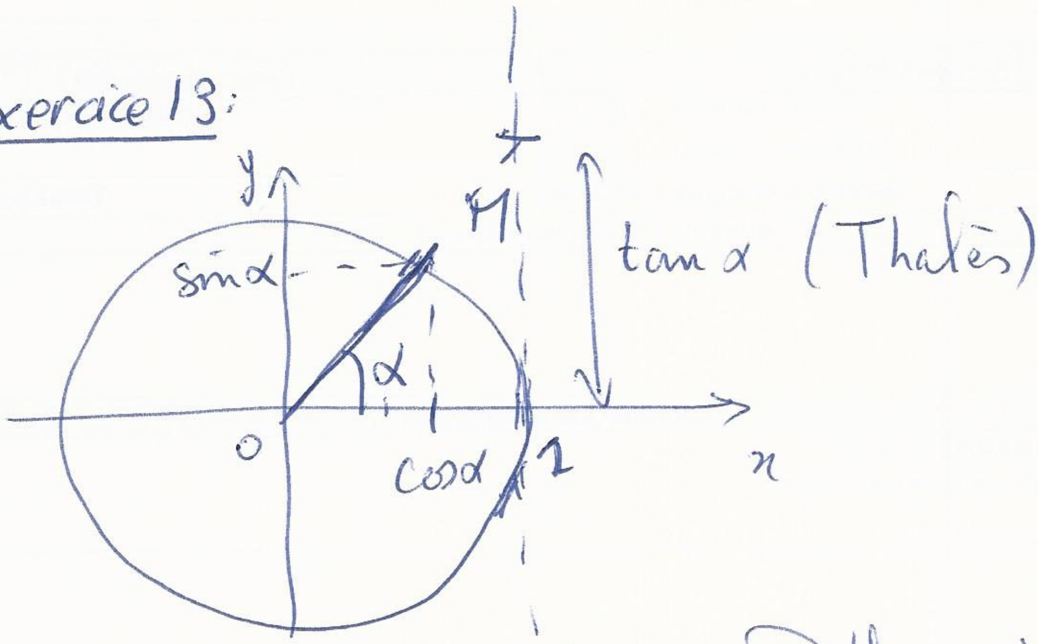
$$= \frac{(n-1)!(n-k+k)}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)!}{k!(n-k)!}$$

$$= \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_n^k$$

Donc $(a+b)^n = a^n + \sum_{k=1}^{n-1} C_n^k a^k b^{n-k} + b^n$

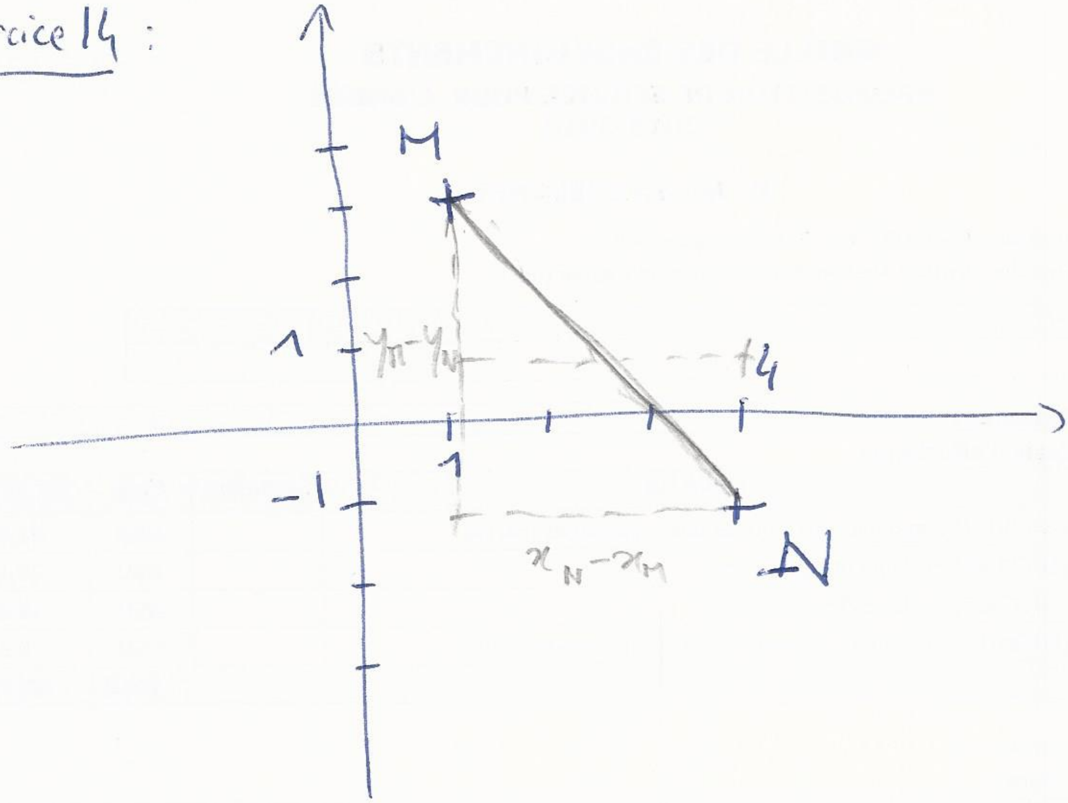
$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$$

Exercice 13:



$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ (Th. Pythagore)

Exercice 14 :



$$MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_n)^2} = \sqrt{9 + 16}$$

$$= 5$$

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x_M - x_0 \\ y_M - y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = x_{\overrightarrow{OM}}\, x_{\overrightarrow{ON}} + y_{\overrightarrow{OM}}\, y_{\overrightarrow{ON}} = 4 - 3 = 1.$$

$$\overrightarrow{OM} = 1 \times \vec{i} + 3\vec{j} = \overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{OJ}$$

Equation de la droite (MN) : $\overrightarrow{MN}$ est un vecteur directeur.

$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_N - x_M \\ y_N - y_M \end{pmatrix}$ soit $X\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un point de la droite (MN) : $\overrightarrow{MX} = k\,\overrightarrow{MN}$

13

$$\overrightarrow{MX} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{MX} = k\overrightarrow{MN} \iff \begin{cases} x-1 = 3k \\ y-3 = -4k \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k = \dfrac{x-1}{3} & (1) \\ y-3 = -\dfrac{4}{3}(x-1) & (2) \end{cases}$$

$$(2) \iff y = -\frac{4}{3}x + 3 + \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$$

L'équation de (MN) est : $\boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{13}{3}.}$

<u>Autre méthode</u> : (MN) n'est pas une droite verticale donc son équation est de la forme

$$y = ax + b$$

Si $x = x_M = 1$ alors $y = y_M = 3$ donc $3 = a + b$ (A)

Si $x = x_N = 4$ alors $y = y_N = -1$ donc $-1 = 4a + b$ (B)

~~En ajoutant (A) et~~ En soustrayant (B) à (A) on obtient :

$$4 = -3a \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$$

En remplaçant a par $-4/3$ dans (A) on obtient :

$b = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$ donc $\boxed{y = -\frac{4}{3} + \frac{13}{3}}$