

TD 3 : Modèles en temps continu

Exercice 1 : On considère le modèle de dynamique de population suivant (Modèle de Lotka-Volterra) :

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= rN - aNP \\ \frac{dP}{dt} &= eaNP - mP\end{aligned}$$

- 1) Interpréter les termes et les paramètres de ce modèle.
- 2) Déterminer les équilibres et leur condition d'existence.
- 3) Etudier la stabilité des équilibres.
- 4) Tracer le(s) portrait(s) de phase. Interpréter les résultats.

Exercice 2 : On considère le modèle de dynamique de population suivant (Modèle de compétition de Lotka-Volterra) :

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1N_1\left(1 - \frac{N_1}{K_1} - b_{12}\frac{N_2}{K_1}\right) \\ \frac{dN_2}{dt} &= r_2N_2\left(1 - \frac{N_2}{K_2} - b_{21}\frac{N_1}{K_2}\right)\end{aligned}$$

- 1) Interpréter les termes et les paramètres de ce modèle.
- 2) On pose $x_i = \frac{N_i}{K_i}$ et $c_{ij} = b_{ij} \frac{K_j}{K_i}$. Déterminer le modèle associé à ces nouvelles variables. Interpréter les nouvelles variables et les nouveaux paramètres. Quelle est leur dimension ?
- 3) Pour le nouveau modèle obtenu dans la question 2), déterminer les équilibres et leur condition d'existence.
- 4) Etudier la stabilité des équilibres.
- 5) Tracer le(s) portrait(s) de phase. Interpréter les résultats.