MASTER DE SCIENCES DE LA MER
TRONC COMMUN - S1
Unité d'Enseignement OCE 104 "MODELISATION : METHODES ET APPLICATIONS"

TD 3 – Introduction à l'algèbre linéaire

Exercice 1 : On considère deux vecteurs u et v de $\mathbb{R}^2$ dont la décomposition dans la bases (e_1, e_2) est :

$$\begin{aligned} u &= 2e_1 + 3e_2 \\ v &= e_1 - 2e_2 \end{aligned}$$

a) Représenter graphiquement les vecteurs u et v puis le vecteur $u+v$, le vecteur $u-v$ et le vecteur $2v$.
b) Quelles sont les coordonnées de u et de v ? Quelles sont les coordonnées de $u+v$? de $u-v$? de $3u$?

Exercice 2 : Les systèmes suivants sont-ils libres dans $\mathbb{R}^3$? Forment-ils une base de $\mathbb{R}^3$?

a)

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \; e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \; e_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \; e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \; e_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 : Parmi les applications suivantes, lesquelles sont linéaires ?

$$a)\; f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 \quad (x, y) \mapsto (2x - y, x, x + 5y)$$

$$b)\; f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 \quad (x, y) \mapsto (-y, x^2 + y^2, -x + 2y)$$

$$c)\; f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \quad (x, y, z) \mapsto (2x - y + z, x - 2y, x + 2y - 3z)$$

$$d)\; f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 \quad (x, y) \mapsto (y + x^2, 2y)$$

Exercice 4 : On considère les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et BA.