**Master de Sciences de la Mer - 1ère année**
**Unité d'Enseignement OBEM 209 "MODélisation Avancée en Ecologie Marine"**

**TD 3 : Populations non structurées et dynamique de communautés.**

**Exercice 1 :** On considère le réseau trophique représenté sur la figure (1). Ecrire la matrice d'adjacence de ce réseau (on mettra les prédateurs en ligne et les proies en colonne). Comment détecter un producteur primaire au moyen de cette matrice ? Que représente la somme des éléments de la colonne 3 ? Celle des éléments de la ligne 5 ? Ecrire un modèle mathématique représentant ce réseau.

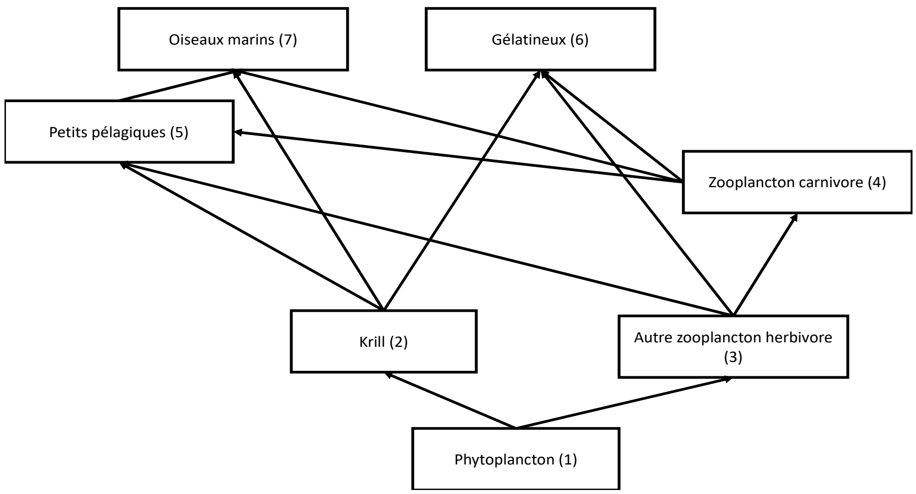


Figure 1 – Exemple de réseau trophique marin simplifié.

**Exercice 2 :** On considère deux populations de proies dont le nombre d'individus est noté $N_1$ et $N_2$ respectivement. Ces individus se déplacent aléatoirement. Pendant une période de temps $\Delta t$, le nombre de proies mangées par un prédateur pour chaque espèce de proie est noté $\Delta N_1$ et $\Delta N_2$ respectivement. On peut diviser l'intervalle de temps $\Delta t$ en trois intervalles de temps : $\Delta t_s$, $\Delta t_{h,1}$ et $\Delta t_{h,2}$, où $\Delta t_s$ est le temps moyen que met un prédateur pour trouver des proies (temps de recherche) et $\Delta t_{h,i}$ est le temps moyen qu'il lui faut pour manipuler (absorption, assimilation, etc.) une proie capturée de l'espèce $i$.

1) Exprimer $\Delta N_i$ en fonction de $\Delta t_s$ et $N_i$.
2) Exprimer $\Delta t_{h,i}$ en fonction de $\Delta N_i$.
3) Calculer $\frac{\Delta N_i}{\Delta t}$ et conclure.
4) Proposer une réponse fonctionnelle fondée sur les mêmes hypothèses pour un prédateur ayant $n$ espèces de proies différentes.
5) Proposer un modèle de réseau trophique avec les réponses fonctionnelles précédentes.
6) Comment se traduit le fait qu'une proie a une qualité énergétique plus importante qu'une autre ?
7) Comment représenter la préférence alimentaire ? Comment pourrait-on représenter le phénomène de "switching" (le fait qu'un prédateur décide de changer d'alimentation lorsqu'il détecte une proie qu'il préfère) ?

**Exercice 3 :** On considère un système prédateur - proie. En l'absence de prédateur, la population de proies suit une croissance logistique. La croissance des prédateurs est également une croissance logistique, la capacité limite pour les prédateurs est proportionnelle au nombre de proies. La réponse fonctionnelle est supposée proportionnelle au nombre de proies disponibles.

1) Construire le modèle correspondant aux hypothèses de l'énoncé.
2) Etudier le modèle obtenu.

**Exercice 4 :** Etant donné le modèle suivant :

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= rN(1-\frac{N}{K}) - aNP\\ \frac{dP}{dt} &= eaNP - bPZ - mP\\ \frac{dZ}{dt} &= \varepsilon bPZ - \mu Z\end{aligned}$$

1) Interpréter le modèle.
2) Calculer les équilibres du modèle.
3) Etudier la stabilité des équilibres de ce modèle.
4) Comment pourrait-on envisager l'étude de l'impact d'une eutrophisation sur ce système ? Que donnerait l'analyse ?

**Exercice 5 :** Interpréter le modèle suivant :

$$\begin{aligned}\frac{dP_1}{dt} &= r_1P_1(1-\frac{P_1}{K_1} - a_{12}\frac{P_2}{K_1})\\ \frac{dP_2}{dt} &= r_2P_2(1-\frac{P_2}{K_2} - a_{21}\frac{P_1}{K_2})\end{aligned}$$

Montrer que ce modèle n'admet pas de cycle limite dans le quadrant positif.

**Exercice 6 :** On s'intéresse ici à la compétition entre deux populations pour une ressource commune explicite.

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dt} &= -a_1RN_1 - a_2RN_2\\ \frac{dN_1}{dt} &= e_1a_1RN_1\\ \frac{dN_2}{dt} &= e_2a_2RN_2\end{aligned}$$

1) On pose $B = R + \frac{N_1}{e_1} + \frac{N_2}{e_2}$. Calculer $\frac{dB}{dt}$. Interpréter.

2) En posant $R = B - \frac{N_1}{e_1} - \frac{N_2}{e_2}$ dans les deux dernières équations du modèle de l'énoncé, réécrire les équations de la dynamique des deux populations. Qu'en concluez-vous ?

3) Quelle est la dynamique du modèle obtenu ? Qu'en concluez-vous ?

**Exercice 7 :** On s'intéresse ici à la compétition entre deux populations pour une ressource commune explicite.

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dt} &= D(R_0 - R) - a_1RN_1 - a_2RN_2\\ \frac{dN_1}{dt} &= e_1a_1RN_1 - DN_1\\ \frac{dN_2}{dt} &= e_2a_2RN_2 - DN_2\end{aligned}$$

1) On pose $B = R + \frac{N_1}{e_1} + \frac{N_2}{e_2}$. Calculer $\frac{dB}{dt}$. Quelle est la limite de $B(t)$ quand $t$ devient grand ? Interpréter.

2) En posant $R = R_0 - \frac{N_1}{e_1} - \frac{N_2}{e_2}$ dans les deux dernières équations du modèle de l'énoncé, réécrire les équations de la dynamique des deux populations. Qu'en concluez-vous ?

3) Quelle est la dynamique du modèle obtenu ? Qu'en concluez-vous ?

**Exercice 8 :** Les exercices 5 à 7 ci-dessus traitent de la compétition par exploitation pour une ressource. Proposer ici une manière de représenter la compétition par interférence. Comment définir la compétition apparente ?